CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE DE L'AIR ANNÉE 1988

PREMIERE EPREUVE A OPTION MATHEMATIQUES T - TA *(Durée : 3 h 00 - Coefficient : 9)*

Ce sujet est réservé aux candidats ayant choisi l'option T ou TA lors du dépôt de candidature. Le changement d'option n'est pas autorisé.

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la notation tiendra compte du soin et de la rigueur apportés dans le travail.

Soit E un espace affine euclidien orienté de dimension 3, rapporté au repère orthonormé direct $R = (O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points définis par leurs coordonnées dans le repère R : A(0,0,a) , B(a,0,0) , C(0,a,0) , $a \in \mathbb{R}_+^*$, et les points A' , B' , C' milieux respectifs de BC , CA , AB .

On pose enfin $\overrightarrow{A'B} = \|\overrightarrow{A'B}\|\,\vec{u}$ et $\overrightarrow{OA'} = \|\overrightarrow{OA'}\|\,\vec{v}_1$

1°) a) Donner, dans le repère R, deux équations cartésiennes définissant le cercle γ qui passe par les trois points A' , B' , C' .

b) Donner, dans le repère R, une équation cartésienne du cône Γ de sommet O, ayant pour base le cercle γ .

c) Définir un nouveau repère orthonormé direct $R_1 = (O,\vec{i}_1,\vec{j}_1,\vec{k}_1)$ de E tel que le premier membre de l'équation cartésienne de Γ soit, dans ce repère, réduit à une somme de carrés, et donner la nouvelle équation de Γ dans ce repère R_1 .

2°) Soit $\vec{v} = \cos t\,\vec{v}_1 + \sin t\,\vec{k}$ un vecteur variable dans le plan $(\overrightarrow{OA'},\overrightarrow{OA})$.

Le plan P_t passant par la droite BC et parallèle au vecteur $\vec{v}$ coupe le cône Γ suivant une conique γ_t . On pose $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$.

a) Soient (x,y,z) les coordonnées d'un point M de E dans le repère R . Calculer les coordonnées (X,Y,Z) de M dans le repère $R'_t = (A',\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ vérifier les relations :

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(X + Y\cos t - Z\sin t) + \frac{a}{2}\ ;\ y = \frac{1}{\sqrt{2}}(-X + Y\cos t - Z\sin t) + \frac{a}{2}\ ;\ z = Y\sin t + Z\cos$$

b) Donner une équation cartésienne du cône Γ dans le repère R'_t . Vérifier que pour $t = \frac{\pi}{2}$, on obtient l'équation $Y^2 + 2YZ\sqrt{2} + 2X^2 - 2aY = 0$.

c) Donner une équation cartésienne de la conique γ_t dans le repère $(A',\vec{u},\vec{v})$.

d) Discuter la nature de la conique γ_t selon les valeurs de t dans l'intervalle $[0,\pi]$. Préciser la valeur de t pour laquelle γ_t est un cercle.

3°) a) Déterminer, par ses coordonnées dans le repère R'_t , le centre de courbure I_t de la conique γ_t au point A' .

b) En déduire l'ensemble des points I_t lorsque t varie dans l'intervalle $[0,\pi]$, en précisant la nature de cet ensemble.

c) Vérifier, par le calcul, que le centre du cercle γ appartient bien à cet ensemble.

4°) Soit S le cylindre de génératrices parallèles au vecteur $\vec{k}$, ayant pour base le cercle γ .

a) Donner une équation cartésienne de S dans le repère R .

b) Montrer qu'il existe 2 plans P et P' dont on donnera les équations cartésiennes tels que $S \cap \Gamma \subset P \cup P'$

---==oOOo==---

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail